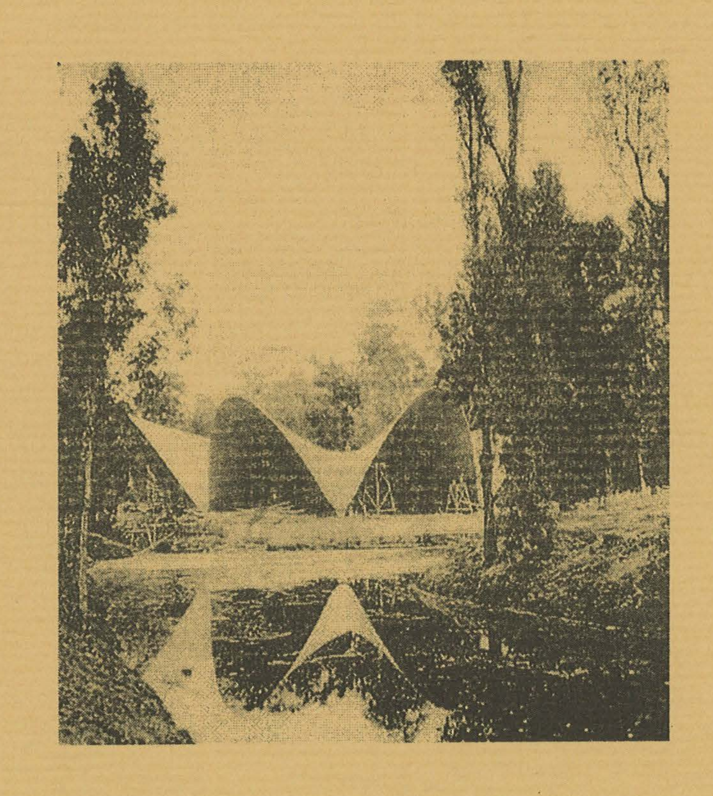
MODELOS

por

RICARDO AROCA HERNÁNDEZ-ROS



CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA
DE LA *ESCUELA DE*
ARQUITECTURA
DE MADRID

MODELOS

por

RICARDO AROCA HERNÁNDEZ-ROS

CUADERNOS
DEL INSTITUTO
JUAN DE HERRERA
DE LA *ESCUELA DE*
ARQUITECTURA
DE MADRID

Modelos

Instituto Juan de Herrera.
Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.
Composición y maquetación: Daniel Álvarez Morcillo.
CUADERNO 59.02
ISBN: 84-95365-50-2
Depósito Legal: M-39708-2000

MODELOS

Para estudiar las estructuras se recurre a modelos más o menos simplificados más manejables que la cruda realidad.

Una vez formulado un modelo nunca hay que olvidar que el modelo es en sí mismo un **sistema de información** en el que sólo existe lo que tiene cabida en el sistema.

Debe cuidarse por tanto al formularlo que no haya aspectos relevantes de la realidad no considerados ya que ello conduciría a graves discrepancias aunque todo el manejo matemático del modelo sea perfecto.

Hay que modelar:

1.- El espacio en el que se sitúa la estructura y los movimientos permitidos en él.

2.- La geometría de la estructura.

3.- El material que la compone.

4.- Las fuerzas que van a considerarse.

EL ESPACIO Y LAS ACCIONES.

Se pueden utilizar tres tipos de espacio diferentes:

1.- **El espacio de una dimensión**:

Utilizado en general para estudiar elementos de una estructura y casi nunca estructuras completas.

Sólo hay una coordenada y sólo es posible un movimiento: el desplazamiento **u** en la única dirección que existe.

2.- Espacio de dos dimensiones:

Es el más empleado; aunque las estructuras reales son necesariamente tridimensionales muchos tipos pueden analizarse descomponiéndolas en partes situadas en un plano.

Dos coordenadas definen la posición de un punto y puede haber un máximo de tres movimientos: dos desplazamientos **u** y **v** y un giro θ.

En las figuras se indican los sentidos positivos de los movimientos.

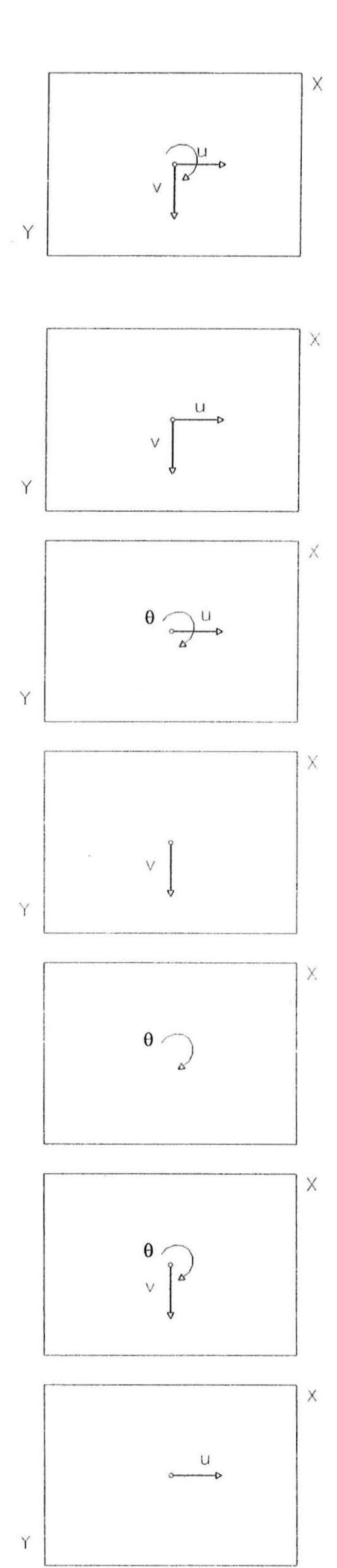
Se pueden emplear modelos de espacio plano en los que sólo existan algunos de los movimientos posibles; los que no figuren en la lista de *información relevante* automáticamente dejan de existir en el modelo con todas sus consecuencias.

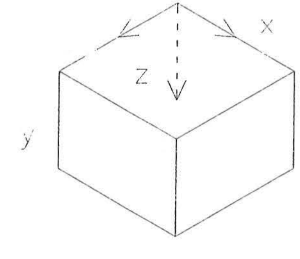
Se usan frecuentemente espacios de dos dimensiones en los que sólo existan:

- u, v
- u, θ
- v
- θ

También son posibles, pero no de uso frecuente, espacios en los que están permitidos:

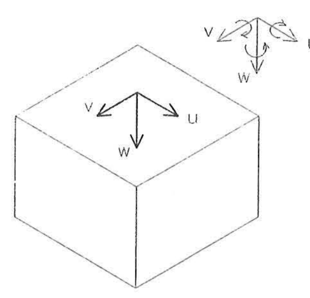
- v, θ
- u





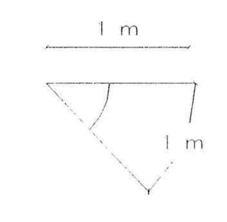
3.- **Espacio de tres dimensiones.**

Se emplea solamente cuando no hay más remedio por la geometría de la estructura o por la necesidad de describir su movimiento.



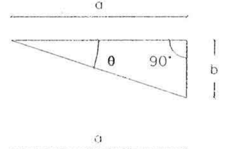
En el espacio de tres dimensiones son posibles tres desplazamientos y tres giros. Pueden formularse modelos en los que sólo sean posibles algunos de los movimientos o alguna de las posibles condiciones de los movimientos.

Hay 62 posibles modelos que no merece la pena detallar.

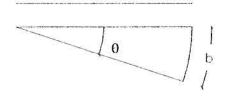


UNIDADES

Se usarán como unidades:



Para coordenadas del espacio, el metro:	**m**
Para desplazamientos, el milímetro:	**mm**
Para giros, la milésima de radián:	$\mathbf{mm \cdot m^{-1}} = 10^{-3}$



Se considera el sentido positivo del eje vertical hacia abajo ya que es la dirección más probable de movimiento y el sentido positivo de giro el de las agujas del reloj.

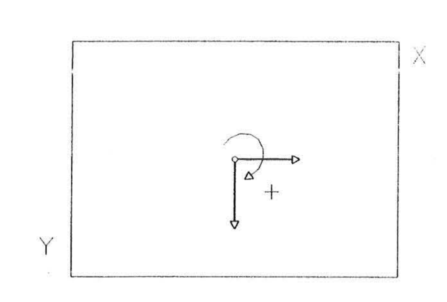
En procesos de cálculo automático deben usarse siempre las mismas unidades m y radián —$m \cdot m^{-1}$—.

Los giros son tan pequeños —en los dibujos se exageran mucho— que se puede hacer sistemáticamente la simplificación:

$$\theta = b/a$$

Cuando lo riguroso sería considerar b como arco y no como recta.

CONVENIO DE SIGNOS

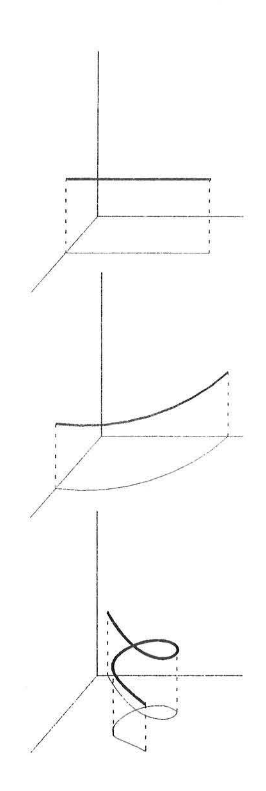


En el espacio de dos dimensiones, que será el más empleado, el convenio de signos es el de la figura. Con él se trata de que sean positivas las acciones y los dos desplazamientos más frecuentes.

MODELOS DE ESTRUCTURA

Se utilizan tres tipos de modelo geométrico para las estructuras:

1.- Barra.



Se representa por una línea —directriz— que une los centros de gravedad de sus secciones perpendiculares a la directriz

- lo que supone una cierta petición de principio-

Las barras pueden ser:

1.1.- Rectas

1.2.- Curvas.

1.3.- Alabeadas.

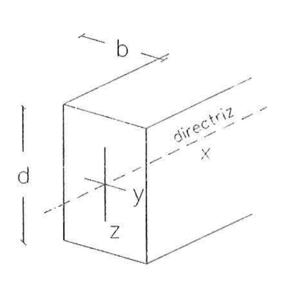
Una barra recta puede estar en un espacio de 1, 2 ó 3 dimensiones.

Una barra curva puede estar en espacios de 2 ó 3 dimensiones.

Una barra alabeada sólo puede estar en un espacio de 3 dimensiones.



La barra suele llevar una información numérica adicional:



- canto	d	m
- ancho	b	m
- área	A	mm^2
- Inercias:	I_y	$mm^2 \cdot m^2$
	I_z	$mm^2 \cdot m^2$

- radios de giro: $i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$ m

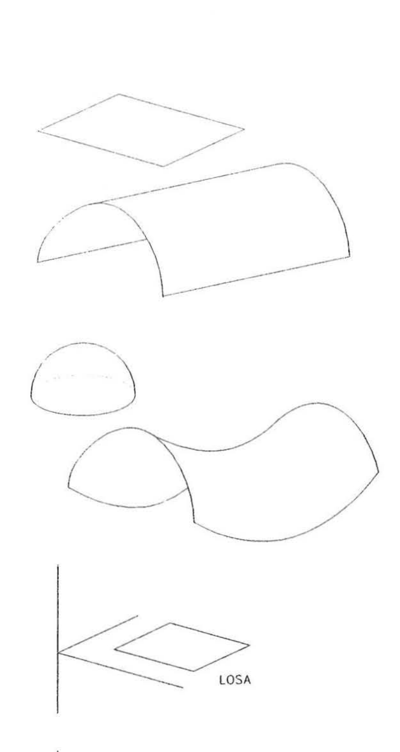
$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}}$ m

- módulos resistentes $W_y = \frac{2 \cdot I_y}{d}$ mm²·m

$W_z = \frac{2 \cdot I_z}{b}$ mm²·m

Los parámetros relativos a la sección pueden ser constantes o variables a lo largo de la barra.

2.- Superficie.



El modelo se emplea en estructuras en las que hay dos dimensiones muy grandes respecto a la tercera. El modelo geométrico es la superficie media de la estructura.

Las superficies pueden ser:

2.1.- planas

2.2.- de simple curvatura

2.3.- de doble curvatura

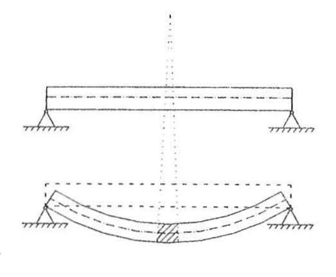
Una estructura superficial plana puede estar en un espacio de dos o tres dimensiones.

Una estructura superficial curva sólo puede estar en un espacio de tres dimensiones.

El modelo se completa con varios parámetros, al menos el espesor t; y más si la estructura es compleja.

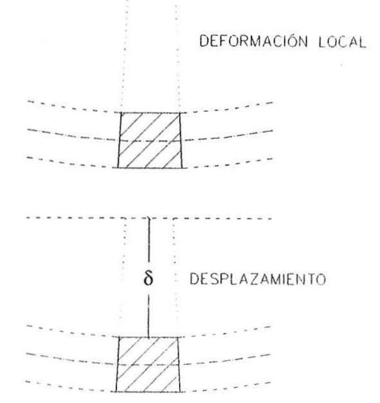
En ocasiones se modelan estructuras de barras como superficies.

MODELO DE MATERIAL.- DEFORMACIONES



Bajo la acción de las fuerzas a las que están sometidas, las estructuras cambian ligeramente de forma, es decir, se **deforman**.

En el fenómeno hay dos factores:

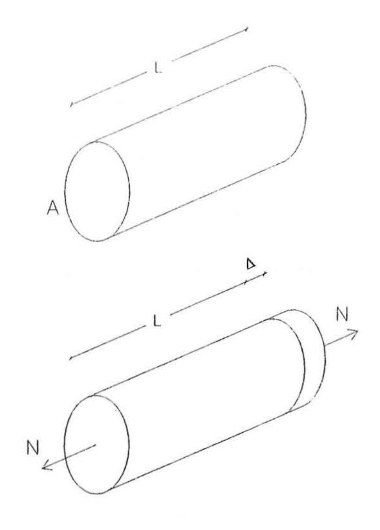


- La **deformación local** por los cambios de dimensión del material como consecuencia de las tensiones a las que está sometido.

- Los **desplazamientos** como consecuencia del efecto acumulado de las deformaciones de todos los puntos de la estructura.

El material de que está construida la estructura es esencial para determinar las deformaciones, relacionadas directamente con las fuerzas internas.

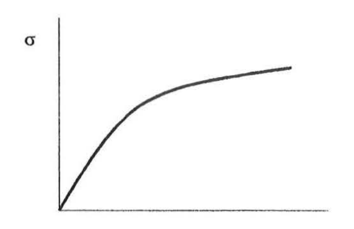
Las propiedades más relevantes de los materiales en relación con el comportamiento de una estructura de la que formen parte se expresan mediante la gráfica tensión/deformación de manera que los distintos modelos que se emplean para el análisis se caracterizan por las correspondientes gráficas.



Si se somete a un esfuerzo axial una barra de un material imaginario de longitud L y de área de sección A experimentará un cambio de longitud Δ.

—En el siglo XVIII Hooke comprobó para un resorte de acero que Δ era proporcional a N y L e inversamente proporcional a A—.

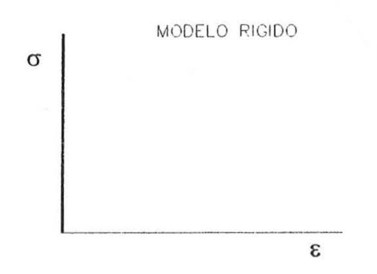
Para eliminar las circunstancias geométricas y medir sólo las propiedades del material llamamos



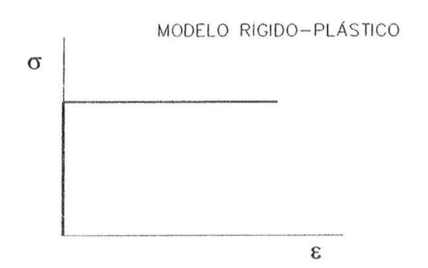
Tensión	$\sigma = N/A$	$N \cdot mm^{-1}$
Deformación unitaria	$\varepsilon = D/L$	$mm \cdot m^{-1} = 10^{-3}$ adimensional

Los modelos de gráfica tensión/deformación empleados en estructuras son:

Modelo rígido



No hay deformaciones sea cual sea la tensión, es decir, se prescinde del comportamiento del material y con este modelo sólo se deducen las consecuencias de la geometría de la estructura —que en el modelo es un **sólido indeformable** también impropiamente llamado **sólido rígido**—.

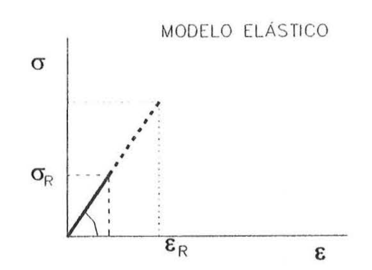


Modelo rígido-plástico

Al llegar a una tensión determinada el material se deforma sin limitación alguna pero sin romperse y sigue resistiendo la misma tensión.

Modelo elástico

Hay una proporcionalidad entre tensiones y deformaciones que se mantiene hasta un límite de tensión σ_r en que se produce la rotura del material.



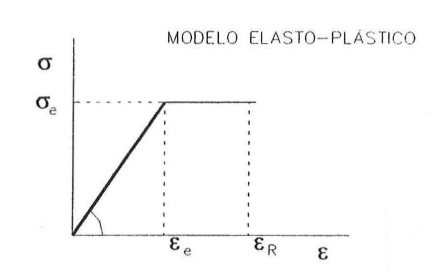
Aquí aparece una constante esencial en el comportamiento estructural de los materiales.

El **módulo de elasticidad** $E = \sigma/\varepsilon$ —$kN{\cdot}mm^{-2}$—, no es sino la pendiente de la gráfica.

Si el material no se rompiera, E es la tensión precisa para conseguir un cambio de dimensión del 1000 ‰.

La denominación inglesa ***stiffness modulus*** —módulo de rigidez en traducción literal— es más acorde con un parámetro que es mayor cuanto más rígido es el material.

Modelo elasto-plástico



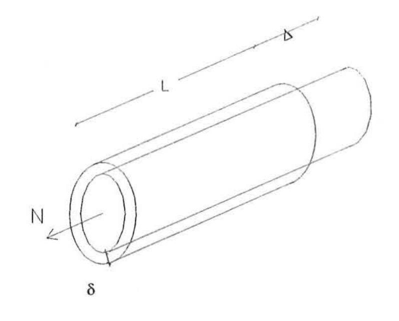
Variante del modelo elástico en el que una vez alcanzado un par de valores σ_e ε_e que determinan un punto llamado **límite elástico**, cesa la proporcionalidad $E = \sigma/\varepsilon$ y se producen deformaciones sin aumento de tensión hasta elevar a una deformación unitaria de rotura ε_R

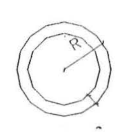
Es el modelo más complejo y el empleado en procesos de análisis refinados.

OTRAS CONSTANTES RELEVANTES EN MODELOS ELÁSTICOS

El análisis de estructuras requiere con frecuencia añadir una información complementaria al modelo:

Deformaciones transversales.- Coeficiente de Poisson





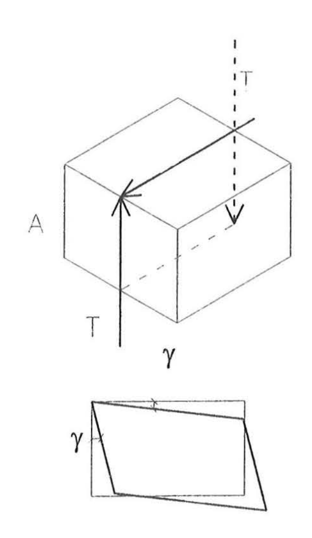
Los sólidos tienden a mantener el volumen y el alargamiento de una barra teórica va acompañado de una reducción de la sección —en caso de acortamiento sucede lo contrario—, siendo $\varepsilon_r = \delta / r$

Llamamos **coeficiente de Poisson** ν a la relación entre la deformación unitaria en la dirección de la tensión aplicada y la de signo contrario, que aparece como consecuencia en las direcciones perpendiculares.

—Un valor de $\nu \approx 0{,}3$ mantiene prácticamente constante el volumen del sólido tensionado—.

Tensión de cortadura.

Frecuentemente el modelo debe simular el comportamiento de un material sometido a un esfuerzo llamado **cortadura**, **cortante** o **cizalladura** que provoca una distorsión.



Llamamos $\tau = T/A$ a la tensión unitaria de cortadura —se mide en $N \cdot mm^{-2}$— y γ a la distorsión que produce —se mide en radianes $\cdot 10^{-3}$ ó mm^{-1}—.

El equivalente al módulo de elasticidad es el módulo de elasticidad transversal G, supuesto un comportamiento lineal del material $G = \tau/\gamma$ —$kN \cdot mm^{-2}$—.

Peso específico

El peso específico es relevante para el comportamiento de la estructura bajo su propio peso. Se designa con la letra ρ y se mide en $kN \cdot m^{-3}$.

Dilatación térmica.

Los cambios de temperatura se traducen en cambios de dimensión de la estructura.

Un cambio **no uniforme** de temperatura produce tensiones -por ejemplo cuando se vierte un líquido muy caliente en un recipiente de paredes gruesas-

En estructuras de edificación, los cambios de tamaño pueden presentar problemas de compatibilidad con la sustentación.

Se mide en 10^{-6} °C

MATERIALES REALES

El comportamiento físico de los materiales —salvo el peso específico— está ligado al número de electrones de su capa externa —que salvo el caso de los dos elementos más ligeros, hidrógeno y helio, es como máximo de 8—.

Los materiales son el resultado de dos reglas:

- Todos los átomos tienden a completar el número de 8 electrones en la capa externa.
- El resultado debe ser eléctricamente equilibrado.

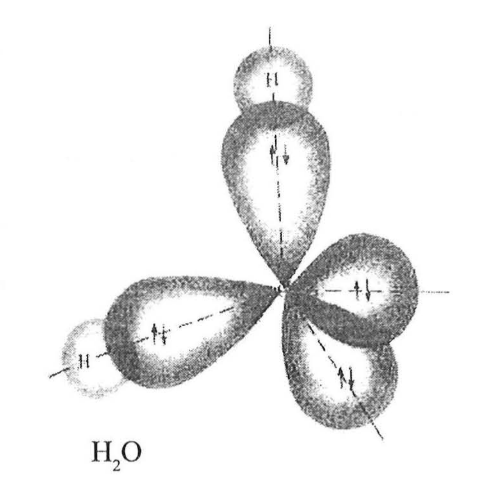
Los casos que pueden presentarse son los siguientes:

1.- **Gases nobles.**

Tienen completa la capa externa. Son inertes, es decir, no se combinan con ningún otro elemento y cualquiera que sea su peso atómico son gases de molécula monoatómica.

2.- **Unión covalente**

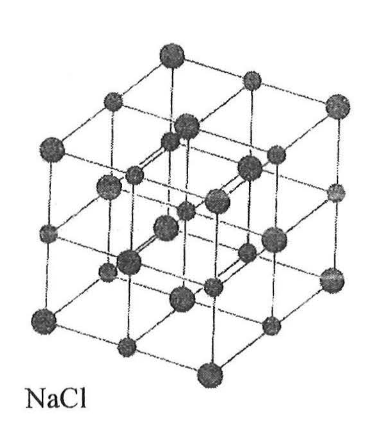
Los elementos con más de 4 electrones en la capa externa —no metales— tienden a completar el número de 8 —2 en el caso del hidrógeno— compartiéndolos con otro átomo del mismo elemento u otro parecido, dando lugar a moléculas biatómicas del mismo elemento, que constituyen gases u otros elementos en cuyo caso las moléculas pueden ser más complejas presentándose como gases o líquidos.



H_2O

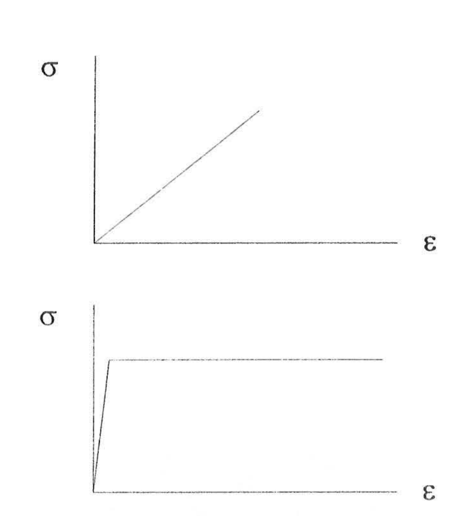
3.- **Unión iónica.**

Si un elemento con más de 4 electrones en la capa externa —no metal— la completa, adquiere una carga eléctrica negativa. Si un elemento con menos de 4 electrones en la capa externa —metal— la pierde, adquiere una carga eléctrica positiva. Llamamos iones a estos átomos desequilibrados



NaCl

eléctricamente que se combinan formando conjuntos eléctricamente neutros en los que el equilibrio entre la atracción eléctrica de los iones y la repulsión de los núcleos cargados positivamente conduce a unas distancias muy precisas.

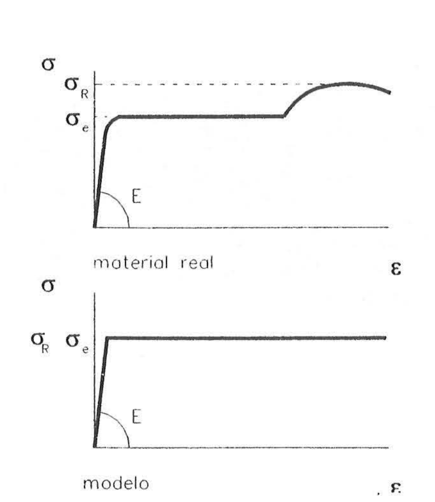


La estructura resultante se llama **estructura cristalina**; sólo admite un número limitado de organizaciones espaciales —los sistemas cristalográficos— y conduce a sólidos llamados cristales —no confundir con los vidrios—.

El modelo elástico representa fielmente el comportamiento de los cristales, que para ser empleados estructuralmente tienen dos problemas: el primero el reducido tamaño y la dificultad de conformarlos; el segundo la **fragilidad**: se rompen bruscamente.

4.- Unión metálica

Los metales pueden llegar a la situación de equilibrio compartiendo entre numerosos átomos los electrones —3 como máximo— sobrantes de capa externa; forman de hecho macromoléculas. Son buenos conductores del calor y la electricidad y malos materiales estructurales con una gran ductilidad unida a un bajo límite elástico.



Mediante tratamientos térmicos que provocan la formación de *cristales* de pequeñas dimensiones, procesos físicos que los ordenan y la adición de átomos de otros elementos —aleaciones— que al tener un tamaño distinto limitan la capacidad de deslizamiento de los átomos del metal base, se reduce la ductilidad en beneficio del límite elástico produciendo los metales estructurales entre los que destaca, por sus elevadas prestaciones, versatilidad y relativamente bajo precio, **el acero**.

El modelo elastoplástico representa de forma razonablemente adecuada el comportamiento de un metal estructural.

En el caso del acero el módulo de elasticidad es

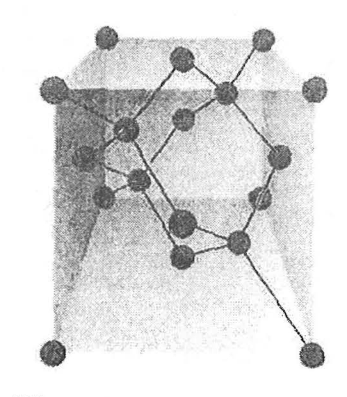
$E = 206\ kN{\cdot}mm^{-2}$ —resulta cómodo y de lado de la seguridad emplear el valor $E= 200\ kN{\cdot}mm^{-2}$—

Mediante aleaciones o procesos mecánicos y técnicos el límite elástico puede elevarse tanto como se quiera; el acero laminado normal es $\sigma_e = 260\ N{\cdot}mm^{-2}$, pero en aceros para armar hormigón puede llegar a valores del orden de los $500\ N{\cdot}mm^{-2}$ y en cables a $2000\ N{\cdot}mm^{-2}$

La combinación de altos valores de σ_e y E, acompañados de un comportamiento dúctil —que disminuye al elevar el σ_e— hace de los metales y especialmente el acero los mejores materiales estructurales.

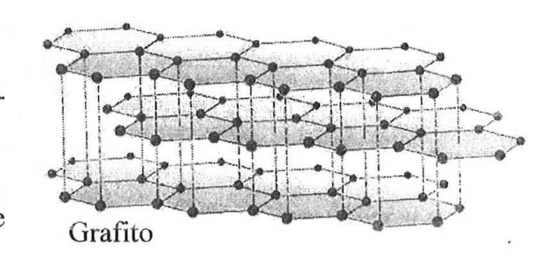
5.- El carbono y el silicio

El carbono y el silicio tienen 4 electrones en la capa externa lo que les permite múltiples posibilidades de combinación: desde la formación de cristales de la máxima dureza posible —diamante— hasta la de grandes moléculas de extrema complejidad con inclusión o no de otros elementos.


Diamante

5.1.- El carbono, los plásticos y los materiales orgánicos

El carbono no sólo puede cristalizar en el sistema cúbico —diamante—, sino que puede hacerlo en otros varios:


Grafito

- **grafito**, sin propiedades estructurales apreciables

- **fibra de carbono**, moléculas lineales con mayor resistencia y límite de elasticidad que el acero

- **fullerenos**, moléculas esféricas huecas de 60 átomos de carbono

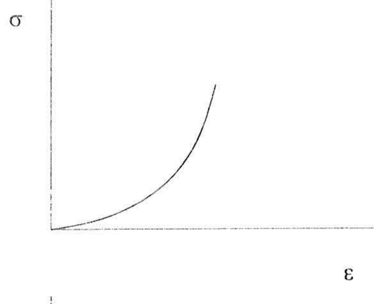
- **nanotubos**, microtubos huecos de estructura hexagonal de los que se esperan unas constantes físicas aún más ele-

vadas que las de la fibra de carbono y que pudieran a largo plazo tener aplicaciones estructurales relevantes.

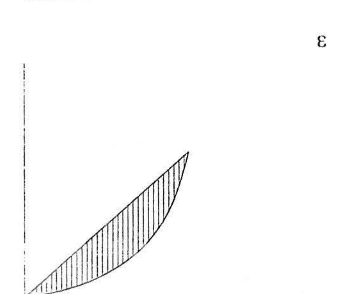
Las complejas moléculas formadas fundamentalmente por carbono e hidrógeno dan lugar a materiales con variadísimas propiedades que pueden tener altas resistencias pero tienen el doble problema de bajo módulo de elasticidad y de pérdida de propiedades para temperaturas no muy altas.

Llamamos plásticos a los derivados complejos del carbono de origen artificial y materiales orgánicos a los producidos por la actividad biológica.

Los módulos de elasticidad de los materiales orgánicos incluida la madera no suelen sobrepasar los 12,5 $N \times mm^{-2}$, y de todos ellos únicamente la madera reúne las condiciones de resistencia y rigidez precisas para el uso en estructuras convencionales.



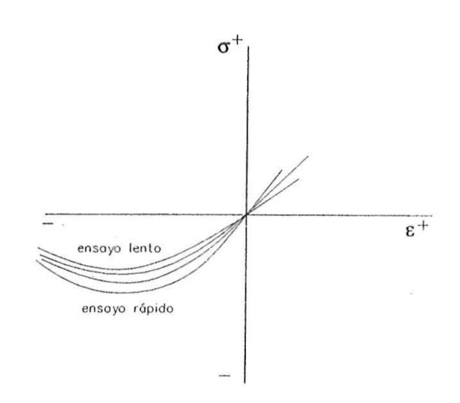
Los materiales orgánicos no presentan una tensión-deformación asimilable a ninguno de los modelos teóricos y se suele emplear para la madera el modelo elástico con un fuerte margen de seguridad, como se verá más adelante.



Conviene destacar el caso de los *elastómeros* que presentan una gráfica tensión-deformación con un notable endurecimiento —aumento del módulo de elasticidad— al crecer las deformaciones, unido a una curva *de vuelta* que no coincide con la *de ida* aunque hay una completa recuperación de la forma unida a una pérdida de energía en forma de calor.

En el caso de los neoprenos la baja rigidez a esfuerzo cortante unida a una considerable resistencia a compresión, los hace aptos para la construcción de articulaciones.

5.2.- **El silicio y los materiales cerámicos**.



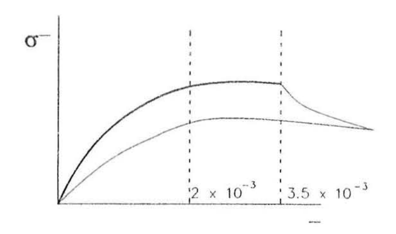
El silicio tiene propiedades muy semejantes a las del carbono, con el que comparte la capacidad de formar compuestos complejos incluyendo átomos de otros elementos.

La variedad de silicatos es tan grande como la de compuestos del carbono; la diferencia con éstos es que los de silicio son estables hasta temperaturas mucho más altas.

Los silicatos se llaman comúnmente *materiales cerámicos*, bien entendido que este término engloba también las fábricas de piedra.

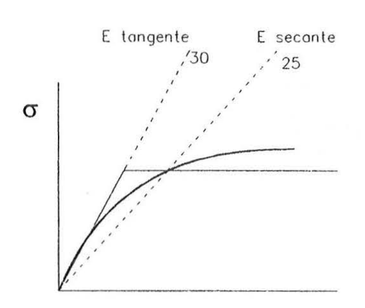
Las gráficas reales tensión-deformación de los materiales cerámicos son del tipo de la figura y se suelen representar invertidas.

La falta de resistencia a tracción se debe a las discontinuidades internas que provocan una concentración de tensiones en los bordes del defecto y favorecen la prolongación de la fisura.



Los materiales cerámicos no tienen pues resistencia a tracción apreciable —se están ahora comenzando a producir cerámicas sin fisuras con alta resistencia a tracción pero su uso en construcción no está próximo— por lo que sólo se usan para elementos comprimidos.

Un elemento comprimido puede construirse a base de piezas discontinuas: es lo que llamamos *fábrica*, manera habitual de emplear la piedra y el ladrillo en construcción.

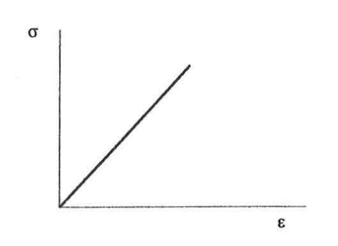


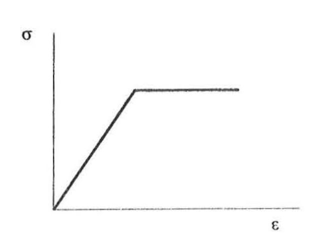
Se suele modelar el comportamiento mecánico de los materiales cerámicos mediante un diagrama elasto-plástico con lo que existe en la gráfica un tramo horizontal —escalón de relajación— mucho más corto que el de los metales.

OTRAS PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

—Relevantes desde el punto de vista de su uso estructural—

Ductilidad



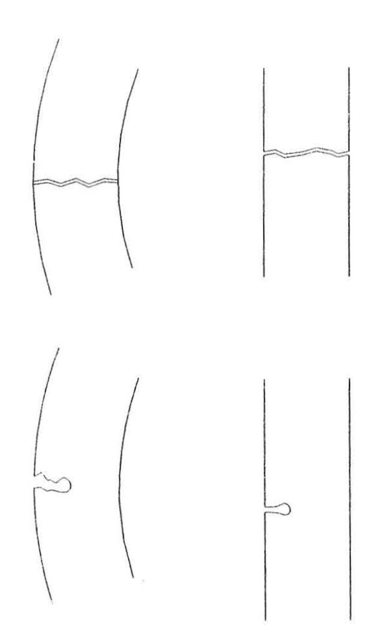


Se llaman materiales *frágiles* a aquéllos cuya gráfica tensión-deformación no presenta escalón de relajación y *dúctiles* a aquéllos que no tienen.

La ductilidad es imprescindible para que un material sea utilizable en estructuras por dos razones:

1.- Es imprescindible para que exista una resistencia real a tracción: en un material dúctil se *redondean* los bordes de una fisura en lugar de propagarse.

2.- La ductilidad hace que las posibles tensiones iniciales o las concentraciones no previstas de tensión no den lugar a la rotura de la estructura ya que puede producirse un cambio relativamente importante de geometría que reacomoda el esquema de tensiones.



Dilatación térmica

El aumento de temperatura da lugar a un aumento de tamaño que se mide por el coeficiente de dilatación térmica—10^{-6} °C—.

Un bajo coeficiente de dilatación térmica es favorable para el comportamiento estructural.

Cuando una estructura está formada por dos materiales es imprescindible que tengan el mismo coeficiente de dilatación térmica —el hormigón armado es posible porque hormigón y acero tienen prácticamente el mismo coeficiente de dilatación térmica—.

Acero: 12 x 10^{-6} ºC

Hormigón: 10 x 10^{-6} ºC

Madera: 3-6 x 10^{-6} ºC

Estabilidad de propiedades con la temperatura

En las estructuras hay que considerar el riesgo de incendio, con temperaturas del orden de 1000º C.

El límite elástico de los metales desciende rápidamente con las temperaturas altas —a 500º C el acero pierde el margen habitual de seguridad— mientras que las temperaturas bajas reducen el escalón de relajación volviéndolos frágiles.

Las propiedades de los materiales cerámicos y la madera son mucho más estables en los rangos de temperatura previsibles, aun en caso de incendio.

Peso específico

No es un factor esencial en la mayor parte de las estructuras de edificación pero sí puede serlo en las cubiertas, sobre todo en las de grandes luces en las que el peso propio es una parte importante de las acciones.

En automóviles y sobre todo en aeronáutica el peso es siempre fundamental.

Coste

No es fácil relacionar directamente el coste de una estructura con el del material con que está construida ya que pesan fuertemente factores tales como:

- la complejidad
- la **puesta en obra**
- el mantenimiento

- la durabilidad
- la posibilidad de recuperación cuando deje de ser útil
- etc.

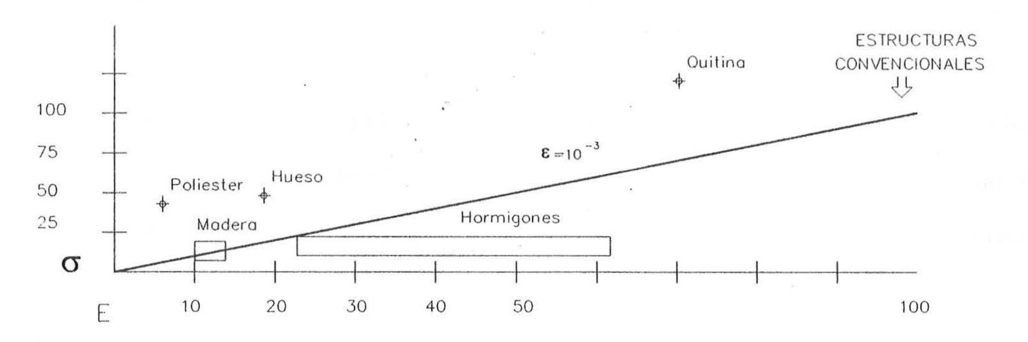
De todas formas es útil establecer unos valores comparativos que se expresan en términos del coste del volumen necesario para resistir la tensión de $1\ kN \cdot 10^{-2}$

Basta dividir el coste de 1 m^3 de un material por el número de kN que puede soportar.

Usaremos como unidad de medida el coste de 1 m^3 de hormigón en masa:

Material	Coste m^3 / Coste m^3 hormigón	kN/m^2	Coste relativo frente hormigón
Fábrica de ladrillo	0,4	$1 \cdot 10^3$	5
Hormigón sin encofrado	1	$8 \cdot 10^3$	1
Hormigón incluso encofrado y armadura	5	$10 \cdot 10^3$	4
Acero laminado	200	$170 \cdot 10^3$	9,4
Acero ϕ para armar	125	$270 \cdot 10^3$	3,7
Madera serrada	10	$10 \cdot 10^3$	8
Madera laminada	20	$12 \cdot 10^3$	13,3
Fibra de carbono	12500	$300 \cdot 10^3$	333

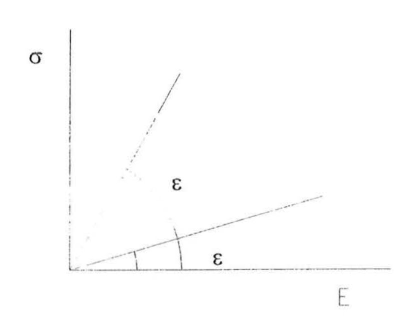
N/mm²
2000
1500
1000
500
100
σ
CABLES
Acero
(ρ =7,8)
Fibra de carbono
(ρ =2)
Fibra de vidrio
(2,5)
Seda de araña
ESTRUCTURAS CONVENCIONALES
Al
(2,2/2,8)
Titanio
(4,51)
ε =10⁻³
A42 (Laminado)
72
110
E
100
200
300
400
kN/mm²



En estructuras convencionales sólo pueden usarse materiales con deformaciones bajo carga de servicio menores de 10^{-3}

POSIBILIDADES DE USO DE LOS MATERIALES

Situando los materiales estructurales en una gráfica en la que figure la tensión de uso en las ordenadas y el módulo de elasticidad en las abscisas, las rectas que pasan por el origen de coordenadas unen los puntos de σ/E = **constante** ; es decir, con igual **deformación unitaria.**



El empleo de materiales en estructuras convencionales con una rigidez también convencional, prácticamente limita los materiales utilizables a aquéllos cuyas deformaciones bajo cargas de servicio quedan por debajo de $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-3}$

Puede observarse que esta condición sólo es cumplida por las fábricas, el hormigón, la madera y los aceros de bajo límite elástico, que son los materiales realmente empleados en edificación.

Aleaciones poco resistentes de aluminio y titanio también serían utilizables pero su alto precio las hace prohibitivas.

La única forma de utilizar materiales de elevadas propiedades mecánicas tales como acero en cables, fibra de vidrio o fibra de carbono es haciendo que su deformación no dependa del cambio de forma de la estructura, lo que se consigue con la técnica del pretensado.

De lo expuesto se deduce que no cabe esperar nuevas adiciones al repertorio de materiales utilizables en estructuras a no ser que haya súbitos adelantos científicos o un avance radical en la producción de la fibra de carbono, que es el material que ofrece las mejores perspectivas teóricas para incorporarse al repertorio estructural. De momento se limita a un ámbito de aplicaciones de fuerte valor añadido como aviación o automovilismo de competición.

LAS FUERZAS

Una estructura es el soporte material del equilibrio de un sistema de fuerzas.

Fuerza es aquello que provoca aceleración en una masa. La idea de fuerza está ligada a la de posibilidad de movimiento. Sólo son relevantes las fuerzas que pueden provocar movimientos.

- **Unidades:**

En el sistema internacional la unidad es el **Newton**: un Newton es la fuerza capaz de comunicar a una masa de 1Kg la aceleración de 1 $m \cdot s^{-2}$.

Como es una medida muy pequeña en términos de acciones, se suele usar el **kilonewton**.:

1 kN = 102 kp (kilopondios)

—aunque con frecuencia, dada la escasa precisión de nuestros datos, bastará tomar 1 kN = 100 kp—.

Distinguimos tres tipos de fuerzas:

- ***Acciones***: fuerzas propiamente dichas que actúan sobre la estructura. Son por naturaleza imprecisas y variables.

- ***Reacciones***: fuerzas que proceden de limitaciones al movimiento; son las que permiten que haya equilibrio pese a la imprecisión y variabilidad de las acciones. Si el conjunto de limitaciones al movimiento permite conseguir el equilibrio para cualquier conjunto previsible de acciones, decimos que la **sustentación es suficiente.**

- ***Solicitaciones***: fuerzas internas que se hacen patentes cuando mediante cortes se aíslan trozos del sólido, que a su vez también deben estar en equilibrio.



- **Tipos de acciones:**

  1.- **Aceleraciones**: gravedad, sismo...

  2.- **Impacto**: viento.

  3.- **Cambios de dimensión**: dilatación-retracción.

Al modelar las acciones las reducimos a las siguientes tipos de carga —representados por vectores—:



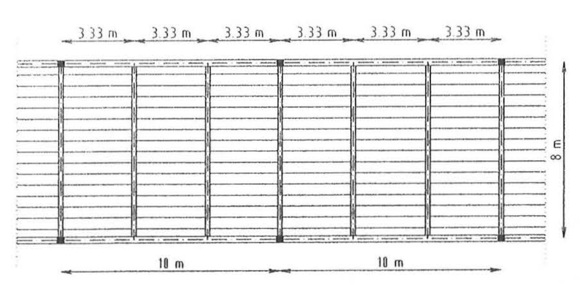
1.- P: **cargas puntuales** (kN).

2.- p: **cargas por unidad de longitud** ($kN \cdot m^{-1}$).

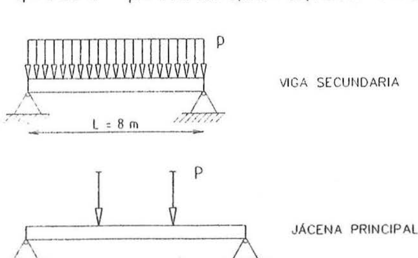
3.- q: **cargas por unidad de superficie** ($kN \cdot m^{-2}$).

4.- El **peso propio** es realmente una carga por unidad de volumen que se expresa en $kN \cdot m^{-3}$, pero normalmente suele reducirse a uno de los casos anteriores.

Las cargas puntuales y lineales no existen realmente —una fuerza realmente puntual como la de un clavo se introduce en el material y una lineal, como la de un cuchillo, lo corta—.



$q = 7\ kN\ m^{-2}$ $\quad p = 7\ kN\ m^{-2} \times 3{,}3\ m = 23{,}1\ kN\ m^{-1}$ $\quad P = 23{,}1\ kN\ m^{-1} \times \frac{8}{2} m = 92{,}4\ kN$



Sea un modelo de planta con estructura similar a la de la Escuela —ver figura—.

· El forjado soporta una carga por unidad de superficie q.

· Esta carga se transmite a las vigas secundarias. Podemos considerar que éstas soportan una carga por unidad de longitud $p = q \cdot s$.

· A su vez estas vigas secundarias apoyan en las jácenas principales. Se pueden modelar estas acciones como cargas puntuales en las jácenas:

$P = q \cdot s \cdot L/2$

Modelo de acciones

Las acciones en la edificación son variables y de difícil determinación —salvo en el caso de depósitos—. El problema se resuelve mediante la normalización.

La normativa establece las acciones a tener en cuenta. Conviene no obstante hacer la advertencia de que las acciones de la norma están establecidas pensando en una estructura porticada convencional y que para diseños que se aparten considerablemente de ese modelo, como pueden ser las cubiertas laminares, conviene tomar los datos con cierta precaución.

- La **gravedad** —que produce una aceleración de 9,8 $m{\cdot}s^{-2}$— es la causa de acciones más importante: las acciones gravitatorias son las determinantes del diseño, salvo estructuras extraordinariamente altas. —El **sismo** podemos considerarlo como una *inclinación oscilante de la gravedad* que además depende de la relación del edificio con el suelo. Los componentes horizontales del sismo de aceleración son un orden menores que los de la gravedad—

En edificios de pisos la **carga gravitatoria total** es del orden de 6 a 7 $kN{\cdot}m^{-2}$ de planta. Se compone de:

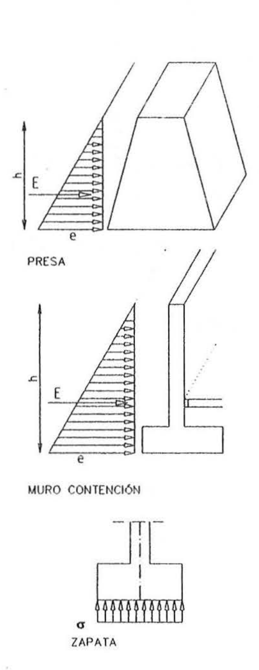
a.- **Peso propio de la estructura.** En edificios convencionales, aproximadamente 1/3 de las cargas gravitatorias totales.

b.- **Cargas permanentes** o concargas: solado, tabiquería... Aproximadamente 1/3 del total.

c.- **Sobrecarga de uso.** Aproximadamente 1/3 del total.

Otras consecuencias de la gravedad son:

- La presión hidrostática: en presas —una presión de $10{\times}h$ $kN{\times}m^{-2}$ a una profundidad h en m—

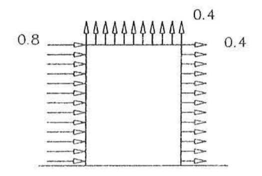


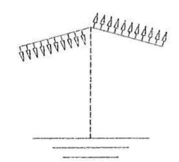
- Empujes del suelo en muros de contención, del orden de $5 \cdot h$ kN·m^{-2}, siendo h la altura de tierras.

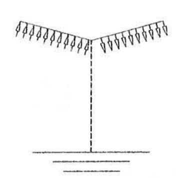
- Reacciones del suelo en cimentación del orden de 200 a 300 kN/m^{2}.

Recordando que las acciones gravitatorias son del orden de 6 kN·m^{-2} la superficie total de las zapatas de un edificio es del orden de 1/30 a 1/50 de la suma de superficies de todas las plantas.

- **Viento**:







Se traduce su efecto a una fuerza estática del orden de 1 kN·m^{-2}. Su efecto es mucho menor que el de las acciones gravitatorias no sólo por su magnitud unitaria menor, sino porque actúa sobre una superficie menor—la superficie de fachada suele ser mucho menor que la de los forjados—.

El viento puede originar problemas de estabilidad en estructuras altas y ligeras. En general sólo obligará a cambios menores en la estructura, aunque pueda dar lugar a problemas locales —en grandes ventanales por ejemplo—. Conviene comprobar también la posibilidad de cambio de sentido de esfuerzos en cubiertas ligeras —del orden de 0,4 kN·m^{-2}—.

- **Impactos**: —por ejemplo caída de contrapesos de ascensor—

Su efecto depende de la rigidez de la estructura. En los automóviles se trata de aminorar el efecto del impacto diseñando elementos de gran deformación controlada.

- **Cambios de dimensión**:

- Se evita considerar en los cálculos el efecto de las **dilataciones térmicas** con juntas de dilatación aproximadamente cada 30 m. Éstas sirven también para paliar el efecto de la **retracción del hormigón**.

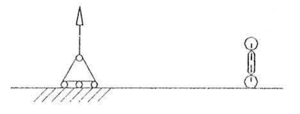
- La **expansividad del ladrillo** obliga también a realizar juntas en los edificios. Son aconsejables juntas cada 12 m en las fábricas.

Modelo de sustentación. Reacciones

La **sustentación** es el conjunto de limitaciones al movimiento que permite completar exactamente un sistema de fuerzas en equilibrio para cualquier magnitud y combinación posible de acciones.

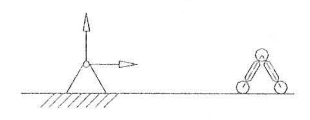
La sustentación se produce mediante una combinación de apoyos. Los modelos de apoyo son:

· **Apoyo en dilatación** o **apoyo simple**. Sólo coarta una posibilidad de movimiento. Reacción perpendicular al plano. *Equivale a una biela.*



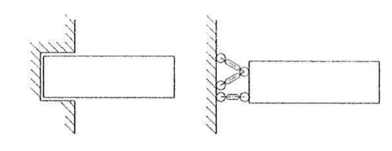
APOYO SIMPLE

· **Articulación**. Coarta dos posibilidades de movimiento pero no el giro. Reacción con dos componentes. *Equivale a dos bielas.*



ARTICULACIÓN

· **Empotramiento**. Coarta movimiento y giro. Dos componentes de fuerza y uno de momento. *Equivale a tres bielas.*



EMPOTRAMIENTO

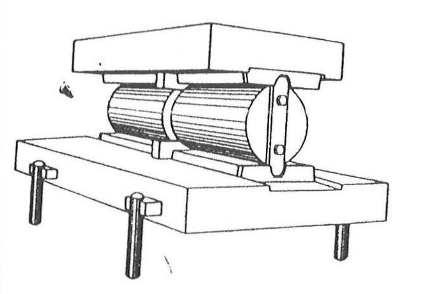
En el espacio los modelos de apoyo son entre otros:

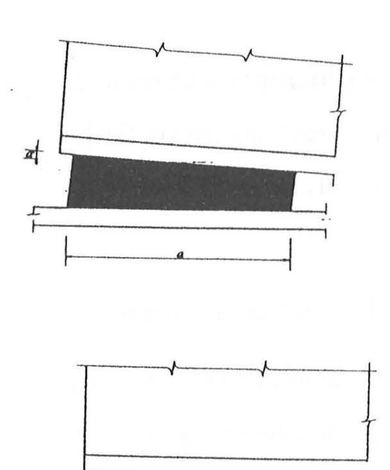
- **Rótula esférica**. Impide el movimento. Tiene tres componentes de reacción. Equivale a tres bielas.

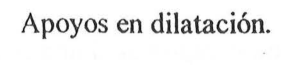
- **Rótula cilíndrica**. Impide el movimiento y dos giros. Tiene cinco componentes de reacción. Equivale a cinco bielas

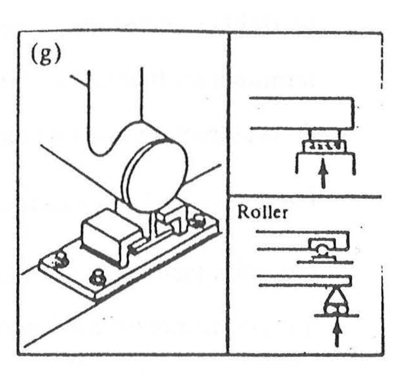
- **Empotramiento perfecto**. Impide movimiento y giros. Tiene seis componentes de reacción que equivalen a seis bielas.

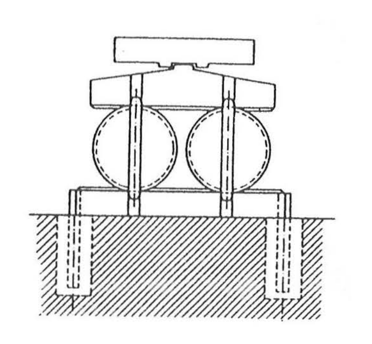
Ejemplos de sustentaciones en construcción.

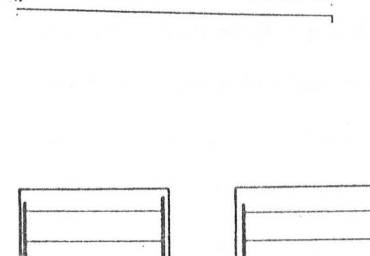




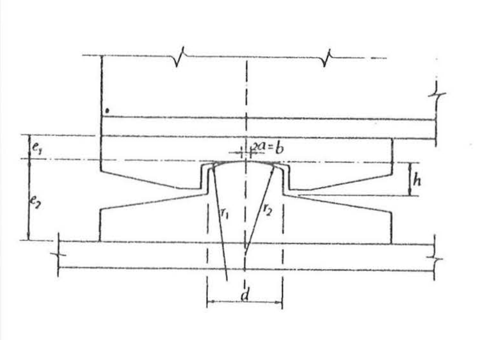


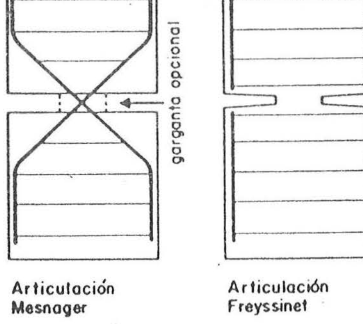


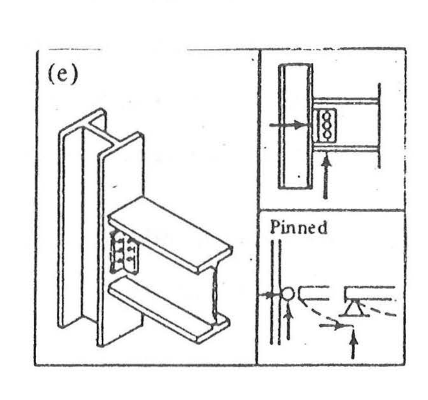




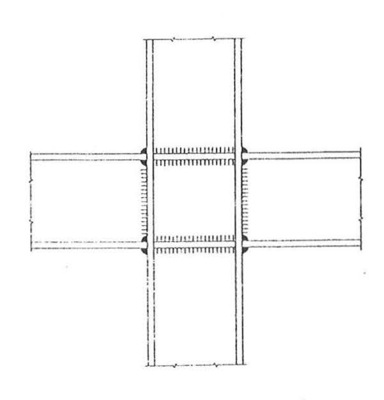
Articulaciones.

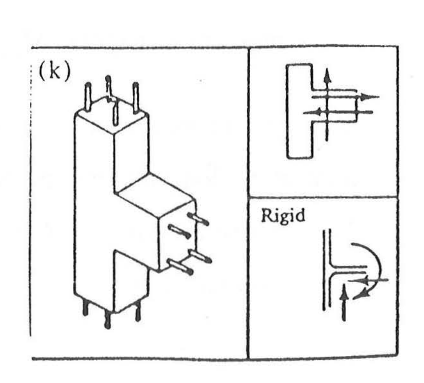






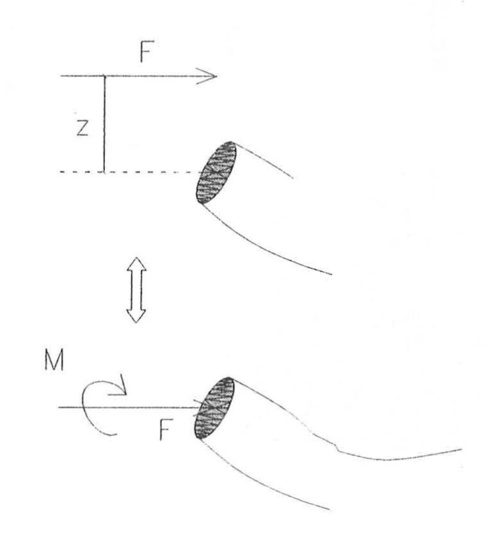
Empotramientos





Solicitaciones

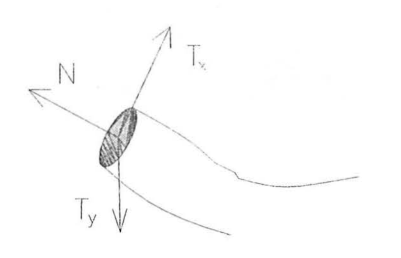
Para comprobar si una estructura es suficientemente resistente, rígida y estable se procede a dar cortes imaginarios. Se determinan las fuerzas necesarias en el corte para que cada trozo de la estructura esté en equilibrio.



Las fuerzas así obtenidas reciben el nombre de *solicitaciones*.

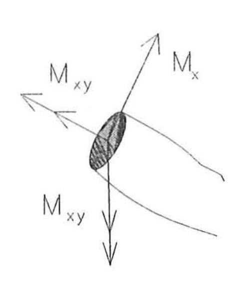
Las solicitaciones no son sino las resultantes de las tensiones que permitirán determinar directamente el cumplimiento de la condición de resistencia e indirectamente la de rigidez.

En el caso general de un modelo de espacio de tres dimensiones con seis posibilidades de movimiento si se traslada la resultante de todas la acciones y reacciones que actúan sobre la parte eliminada de la estructura al centro de parte restante resulta un vector fuerza —kN— y un vector momento —kN·m— producto del traslado de la resultante.



Descomponiendo la fuerza y el momento en la dirección de la directriz se obtiene:

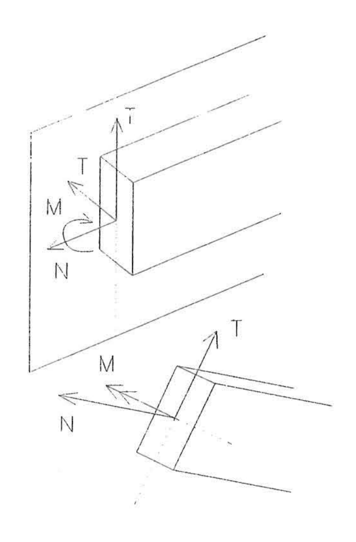
- fuerza normal N
- momento torsor M_{xy}



y en los ejes principales de inercia de la sección:

- esfuerzos cortantes T_x y T_y
- momentos flectores M_x y M_y

En el caso general habrá seis componentes de solicitación en cada corte; los de todos los cortes de la estructura vendrán dados por conjuntos de seis números o por funciones si es que pueden ser halladas.



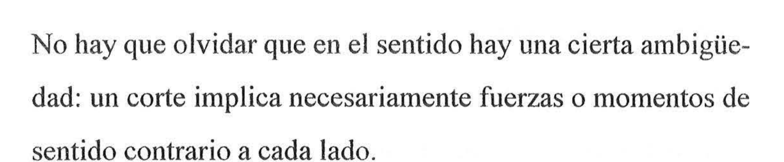
pueden ser halladas.

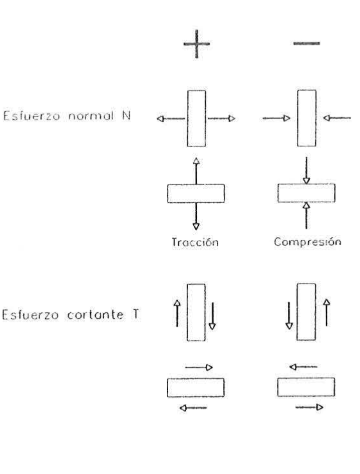
En el caso de un modelo de espacio de dos dimensiones los componentes de solicitación se reducen a tres:

- esfuerzo normal N
- esfuerzo cortante T
- momento flector M

Convenio de signos

Referidas las solicitaciones al modelo geométrico de la estructura quedan automáticamente determinadas las direcciones de sus componentes en cada corte. Para expresarlas mediante números sólo queda atribuir un signo al resultado.





No hay que olvidar que en el sentido hay una cierta ambigüedad: un corte implica necesariamente fuerzas o momentos de sentido contrario a cada lado.

Para superar esta posible ambigüedad se recurre a aislar una *rebanada* de sólido mediante dos cortes paralelos y establecer convencionalmente los sentidos —ver figura—.

Sólo los signos de tracción y compresión son inequívocos. Los signos de cortante y de flector están asociados a la posición

del observador por lo que conviene acompañar los resultados con el dibujo de la rebanada.

MODELOS DE SEGURIDAD

El objeto del análisis de estructuras es en último extremo asegurar en lo posible que un diseño cumple los requisitos de resistencia, rigidez y estabilidad.

La comprobación de la rigidez implica la comparación de las deformaciones previstas en el modelo con unos estándares que se tratarán en otro apartado.

El cumplimiento de las condiciones de resistencia y estabilidad va asociado a la noción de **seguridad**.

El proceso de diseño, el de ejecución e incluso el uso de una estructura está sujeto a numerosas incertidumbres que pueden dar lugar a considerables divergencias entre lo previsto y lo que realmente ocurre. Las principales causas de incertidumbre son:

- la falta de concordancia entre el modelo y el comportamiento de la estructura

- la falta de concordancia entre el modelo y el comportamiento real del material, a lo que hay que añadir la posibilidad de que el material real no corresponda a las especificaciones

- los errores de ejecución

- los errores materiales en el proceso de análisis, la incertidumbre sobre las acciones reales no sólo en el uso sino durante el proceso de construcción.

1.- Mayoraciones y minoraciones

El modelo de seguridad comúnmente admitido distingue entre los problemas de fiabilidad del material y de posible falta

ciones así como la falta de concordancia del modelo general de análisis con la realidad para lo que se establece en **coeficiente de mayoración** de las acciones.

Las tensiones resultantes de las acciones mayoradas no deben sobrepasar las tensiones minoradas del material en ningún punto de la estructura.

2.- **Tensión segura**

En estructuras de un solo material: acero laminado o madera, pueden multiplicarse ambos coeficientes obteniéndose un único coeficiente de seguridad que aplicado a los valores característicos del material da lugar a lo que se denomina **tensión de comparación, tensión segura** o **tensión admisible**. Se representa por la letra **f**, estableciéndose como criterio de seguridad: $\sigma \leq$ **f en todo punto de la estructura**.

Este método tiene la ventaja de que durante todo el proceso se manejan los valores nominales de la acciones sin la distorsión que introduce la mayoración.

3.- **Carga última**

Cuando el material de la estructura se aproxima razonablemente a un modelo elastoplástico, puede resultar extremadamente sencillo limitar la comprobación de resistencia a calcular la carga para la que se produce el colapso de la estructura —para ello se usa un coeficiente multiplicador único para todas las acciones previstas—.

A la relación entre la carga última para la que se produce el colapso y la carga real se le denomina **coeficiente de seguridad** de la estructura: $\gamma = P_u / P$

En numerosas estructuras el coeficiente real de seguridad frente al colapso cuando se las ha dimensionado por el criterio de tensión segura es considerablemente mayor que el objetivo buscado.

NOTAS

CUADERNO

59.02

CATÁLOGO Y PEDIDOS EN

http://www.aq.upm.es/of/jherrera

jherrera@aq.upm.es

